„ADOLF HAIMOVICI” ALKALMAZOTT MATEMATIKA VERSENY

KÖRZETI SZAKASZ

2013. január 26.

XI. OSZTÁLY

M 2 – es program

1.) Adott az $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \in M_2(R)$ mátrix.

a) Igazolja, hogy létezik olyan $a \in R$, amelyre $A^2 = aA$!

b) Számítsa ki az $\left(A - A^t\right)^{2013}$ mátrixot!

c) Oldja meg az $X^5 = A,\ X \in M_2(R)$ egyenletet!

2.) Tekintsük az $f\left(x\right) = \sqrt{x^2 + 1}$ függvényt. Határozza meg az *f* függvény maximális értelmezési tartományát és aszimptotáit!

3.) Oldja meg a természetes számok halmazán a következő egyenletet:

$$\begin{vmatrix} n! & (n+1)! & (n+2)! \\ (n+1)! & (n+2)! & (n+3)! \\ (n+2)! & (n+3)! & (n+4)! \end{vmatrix} = (n!)^3 \cdot \left(n^2 + 3n + 2\right) \cdot (n + 12)$$

4.) Tekintsük az $f : R \to R,\ f\left(x\right) = ax^2 + bx + c,\ a,b,c \in R,\ a \neq 0,\ b^2 - 4ac > 0$ függvényt. Számítsa ki *a, b, c* függvényében az *AVB* háromszög területét, ha *A* és *B* az *f* függvény grafikonjának a metszéspontjai az *Ox* tengellyel, *V* pedig az *f* függvény grafikonjának megfelelő parabola csúcsa.

Megjegyzés:

Minden feladat kötelező.

Minden feladat 10 pontot ér.

Munkaidő 3 óra.